La logica fuzzy

Seminario tenuto mercoledì 29 marzo 2006
Agli studenti del Corso di Laurea triennale in Scienze Sociali
(Classe 36 – Scienze Sociologiche)
UDF Metodologia e statistica
Attività nell'ambito del corso di *Metodologia e tecnica della ricerca sociale* del Prof. Massimo Ampola

Marco Chiuppesi
Laboratorio di ricerca sociale
Università di Pisa
marco.chiuppesi@dss.unipi.it

Logica formale 1
Oltre la logica dicotomica 8
Logica fuzzy 10
Fuzzy e ricerca sociale 18
Bibliografia 22
Sitografia 24

La logica **fuzzy**, o logica a gradi di verità infiniti, nasce dagli studi di Lofti A. Zadeh. Una prima formulazione della teoria degli insiemi fuzzy è contenuta in alcuni suoi saggi del 1965 (Zadeh 1965a e 1965b). Teoria degli insiemi e logica simbolica sono due linguaggi rispettivamente traducibili, in completa corrispondenza; come afferma Mino Garzia:

> La riducibilità della matematica alla logica, perseguita da Frege, da Peano e poi da Russell e Whitehead, dipende proprio dal considerare la teoria degli insiemi come parte della logica. (Garzia e Ravelli 1985, p.78)

Quindi, coi suoi primi saggi sulla teoria degli insiemi fuzzy, Zadeh pose le basi per la logica fuzzy. *Fuzzy* è un termine inglese che letteralmente significa *ricoperto di pelo*, ma che ha anche il significato di *sfocato, indistinto, confuso*, ed è in questa seconda accezione che è stato scelto da Zadeh per designare sinteticamente questa teoria.
La maniera migliore di spiegare cosa sia la logica fuzzy è richiamare dapprima la logica classica, per vedere in che misura la fuzzy se ne discosti.

Logica formale

La logica sillogistica classica, sistematizzata inizialmente da Aristotele nel suo Organon, innovata profondamente (pur nel rispetto del suo impianto originario) da Leibniz e da Boole, è giunta alla sua forma moderna di logica simbolica, nella quale può essere definita come la logica che

> studia le regole che stabiliscono le condizioni in cui la verità di una proposizione può essere dedotta dalla verità di una serie di proposizioni in virtù della loro sola forma logica… (Garzia e Ravelli 1985, p.81)

Nella logica simbolica abbiamo dei **termini**, che possono essere **predicati** (nomi comuni, aggettivi, verbi) o **termini individuali** (nomi propri); abbiamo degli **enunciati**, cioè delle asserzioni, che possono essere vere o false, ossia avere un valore di verità di uno o zero; dei **connettivi** che mettono in relazione fra loro le asserzioni sulla base di **regole di composizione**, e dei **quantificatori**, che dichiarano a quanti casi (tutti, molti, alcuni e così via) di un insieme si applica una espressione (vedi Bruschi 1993). Gli enunciati possono essere semplici (privi di connettivi) o composti, e vengono generalmente rappresentati mediante lettere maiuscole, come *P, Q, R*; i connettivi – come ad esempio *non*, *e*, *se e solo se* – possono anch'essi essere rappresentati da simboli e vengono definiti da **tavole di verità** che mostrano il valore di verità assunto dagli enunciati quando vengono composti mediante i connettivi. Può essere fatta una distinzione fra **categoremi** e **sincategoremi**, ove i categoremi sono enunciati e termini e i sincategoremi sono connettivi, quantificatori e termini ausiliari (punti, virgole, parentesi e simili). Le seguenti tabelle e diagrammi di Eulero-Venn sono tratti, con alcune modifiche, da Garzia e Ravelli 1985 (pp.85-92)

Nome	Connettivo	Simbolo
Negazione	non (not)	$\neg$
Congiunzione	e (and, et)	$\wedge$
Disgiunzione	o (or, vel)	$\vee$
Disgiunzione esclusiva	o (xor, aut)	$\oplus$
Implicazione semplice	se… allora… (if… then…)	$\rightarrow$
Equivalenza (doppia implicazione)	se e solo se (if and only if)	$\leftrightarrow$

Tabella 1: Alcuni connettivi logici fondamentali.

Negazione:

P	$\neg P$
V	F
F	V

Tabella 2: Tavola di verità del connettivo negazione (NOT)

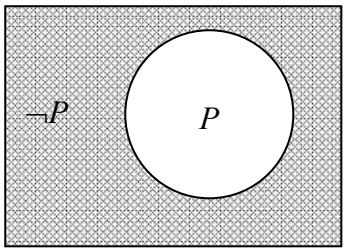

Diagramma 1 - negazione

Alcuni esempi:
Proposizione *P*: "Questo felino è nero". Proposizione $\neg P$ (NOT *P*): "Questo felino non è nero".
Secondo la tavola di verità della negazione, se la proposizione P è vera (e quindi il felino è nero) la proposizione $\neg P$ è falsa, e viceversa.

Proposizione *P*: "Tutti gli uomini hanno tre occhi". Proposizione $\neg P$: "Non è vero che tutti gli uomini hanno tre occhi". In questo caso *P* è
palesemente falsa, e $\neg P$ è senz'altro vera.

Congiunzione:

P	Q	$P \wedge Q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Tabella 3: Tavola di verità del connettivo congiunzione (AND)

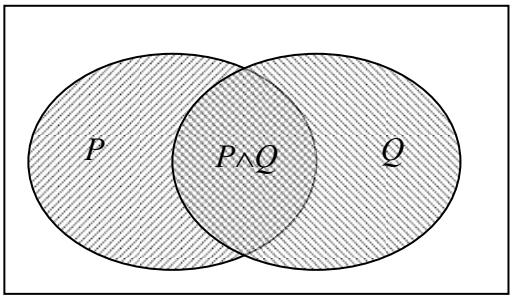

Diagramma 2 - congiunzione

Esempi:
Proposizione P: "Questo felino è nero". Proposizione Q: "Questo felino è maschio". Proposizione $P \wedge Q$: "Questo felino è nero E maschio".

Secondo la tavola di verità della congiunzione, $P \wedge Q$ è vera solo se sono vere sia P che Q; quindi, nei casi in cui mi trovassi di fronte una gatta nera o un gatto di altri colori che non siano il nero la proposizione composta sarà comunque falsa.
Altro esempio, in cui P e Q hanno soggetti tra loro differenti:

Proposizione P: "la Terra è un pianeta". Proposizione Q: "il Sole è un pianeta". In questo caso P è vera e Q è falsa, quindi $P \wedge Q$ ("la terra è un pianeta E il sole è un pianeta") risulta falsa.

Proposizione P: "la Terra è una stella". Proposizione Q: "il sole è una stella". In questo caso P è falsa e Q è vera, quindi $P \wedge Q$ risulta falsa.

Proposizione P: "la Terra è un pianeta". Proposizione Q: "il sole è una stella". Sia P che Q sono vere, quindi $P \wedge Q$ risulta vera.

Proposizione P: "la Terra è una stella". Proposizione Q: "il sole è un pianeta". P e Q entrambe false; $P \wedge Q$ falsa.

Disgiunzione:

P	Q	$P \vee Q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Tabella 4- Tavola di verità del connettivo disgiunzione (OR)

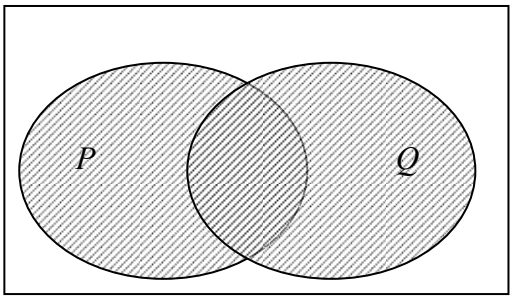

Diagramma 3 - disgiunzione

Esempi:
Proposizione P: "Questo felino è nero". Proposizione Q: "Questo felino è maschio". Secondo la tavola di verità della disgiunzione, $P \vee Q$ è sempre vera salvo che sia P sia Q siano falsi. Quindi, "Questo felino è nero OR questo felino è maschio" è vera nel caso di un gatto bianco, di un gatto nero, di una gatta nera. E' falsa nel caso di una gatta bianca. Notare che l'OR non traduce esattamente l' "o" disgiuntivo della lingua italiana, è piuttosto corrispondente al "vel" dei latini.

Altri esempi:

Proposizione P: "il cane è un mammifero". Proposizione Q: "il rospo è un anfibio". sia P che Q sono vere; $P \vee Q$ ("il cane è un mammifero OR il rospo è un anfibio") è vera.

Proposizione P: "il cane è un anfibio". Proposizione Q: "il rospo è un anfibio". Solo Q è vera; $P \vee Q$ è vera.

Proposizione P: "il cane è un mammifero". Proposizione Q: "il rospo è un mollusco". Solo P è vera; $P \vee Q$ è vera.

Proposizione P: "il cane è un anfibio". Proposizione Q: "il rospo è un mollusco". Sia P che Q false, $P \vee Q$ falsa.

Disgiunzione esclusiva:

P	Q	$P \oplus Q$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Tabella 5 - Tavola di verità del connettivo disgiunzione esclusiva (XOR)

Esempi:

Proposizione P: "Questo felino è nero". Proposizione Q: "Questo felino è maschio". Secondo la tavola di verità della disgiunzione esclusiva, $P \oplus Q$ è vera solo nel caso in cui una sola tra P e Q sia vera, mentre se P e Q sono entrambe vere o entrambe false $P \oplus Q$ sarà falsa. Quindi, "Questo
felino è nero XOR questo felino è maschio" sarà vera per una gatta nera o per un gatto bianco, sarà falsa per un gatto nero e falsa per una gatta bianca. Corrisponde all'"aut... aut" dei latini: o l'una o l'altra cosa.

Altri esempi:

Proposizione *P*: "L'abete è una pianta". Proposizione *Q*: "il porcino è un fungo". Sia *P* che *Q* sono vere; $P \oplus Q$ ("O l'abete è una pianta O il porcino è un fungo"): falsa.

Proposizione *P*: "L'abete è un fungo". Proposizione *Q*: "il porcino è un fungo". *P* falsa, *Q* vera; $P \oplus Q$ vera.

Proposizione *P*: "L'abete è un albero". Proposizione *Q*: "il porcino è un albero". *P* vera, *Q* falsa; $P \oplus Q$ vera.

Proposizione *P*: "L'abete è un fungo". Proposizione *Q*: "il porcino è un albero". *P* falsa, *Q* falsa; $P \oplus Q$ falsa.

Implicazione semplice:

P	Q	$P \rightarrow Q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Tabella 6 - Tavola di verità dell'implicazione semplice

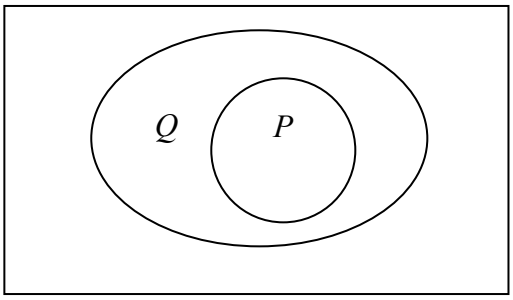

Diagramma 4 - implicazione semplice

Esempi:

Secondo la tavola di verità dell'implicazione semplice, "$P \rightarrow Q$" è sempre vera tranne quando *P* è vera e *Q* è falsa.

Proposizione *P*: "Questo animale è un gatto". Proposizione *Q*: "Questo animale è un felino". sia *P* che *Q* sono vere; "$P \rightarrow Q$ " ("se questo animale è un gatto allora è un felino") è vera se ho di fronte un gatto (che in quanto tale è anche un felino); è vera se ho di fronte un cane (animale che non è nè gatto nè felino, rende *P* falsa, *Q* falsa, ma " $P \rightarrow Q$ " rimane vera;) è vera se ho di fronte una tigre (che non è gatto ma è felino, rende P falsa, Q vera e " $P \rightarrow Q$ " rimane vera). Notare la forma del diagramma di Eulero-Venn associati a questo connettivo (diagramma 4): la proposizione composta è vera se scelgo *P* come sottoinsieme di *Q* (i gatti sono un sottoinsieme dei felini, in effetti).

Proposizione *P*: "il gatto è un felino". Proposizione *Q*: "la civetta è un felino". *P* è vera, ma *Q* è falsa; "$P \rightarrow Q$" è falsa.

E' importante notare che non deve esserci necessariamente un rapporto di consequenzialita' tra le preposizioni *P* e *Q*, come ci si aspetterebbe che fosse in linguaggio naturale. L'implicazione puo' cioe' essere utilizzata per connettere tra loro anche proposizioni prive di rapporti di causazione; questo stride con quanto "a senso" ci si aspetterebbe.
Esempio:
Proposizione *P*:"il gatto e' un felino". Proposizione *Q*: "la mela e' un frutto". "$P \rightarrow Q$" e' vera; in linguaggio naturale suonerebbe come "SE il gatto e' un felino ALLORA la mela e' un frutto", che - a senso - parrebbe suggerire un (inesistente) rapporto causale tra le due proposizioni ed essere dunque falsa. Invece sappiamo che, dalla tavola di verità di questo connettivo, quella proposizione composta e' vera.

Equivalenza:

P	Q	$P \leftrightarrow Q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Tabella 7 - Tavola di verità dell'equivalenza

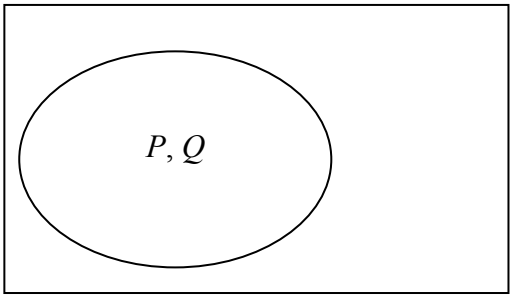

Diagramma 5 - equivalenza

L'equivalenza è vera se le proposizioni semplici sono entrambe vere o entrambe false. Proposizione *P*: "il cane è un mammifero"; Proposizione *Q*: "lo squalo è un pesce". Volendo connettere le due proposizioni con l'equivalenza, "il cane è un mammifero SE E SOLO SE lo squalo è un pesce" risulterà vera, essendo vere entrambe *P* e *Q*.

Proposizione *P*: "il cane è un mammifero"; proposizione *Q*: "lo squalo è un mollusco". *P* vera, *Q* falsa; $P \leftrightarrow Q$: falsa.

Proposizione *P*: "il cane è un pesce"; proposizione *Q*:"lo squalo è un pesce": *P* falsa, *Q* vera, $P \leftrightarrow Q$: falsa.

Proposizione *P*: "il cane è un pesce"; proposizione *Q*: "lo squalo è un mollusco": *P* falsa, *Q* falsa, $P \leftrightarrow Q$: vera.

Valgono, a proposito dell'Equivalenza (detta anche doppia implicazione), gli stessi discorsi fatti a proposito dell'implicazione semplice in merito al fatto che il valore di verità di una proposizione composta mediante questo connettivo possa, in linguaggio naturale, suggerire idee di consequenzialità logica prive di riscontro. Cionondimeno il valore di verità della proposizione composta dipende esclusivamente dai valori di verità delle proposizioni di partenza, secondo la tavola di verità.

Esempio:
Proposizione P: "il quarzo è un minerale". Proposizione Q:"la rosa è un fiore". Sia P che Q sono vere. Proposizione composta $P \leftrightarrow Q$ ("Il quarzo e' un minerale SE E SOLO SE la rosa e' un fiore": questa proposizione e' vera. A noi verrebbe fatto di pensare che il quarzo continuerebbe ad essere un minerale anche se la rosa non fosse un fiore, ma nonostante in realtà non sussista il rapporto di causazione e necessità suggerito dalla proposizione, cionondimeno questa è (secondo la relativa tavola di verità) vera.

Nelle tabelle sopra esposte abbiamo esemplificato alcuni connettivi logici e le relative tavole di verità. È inoltre illustrato come logica e teoria degli insiemi siano reciprocamente traducibili. Da queste tavole si ricavano i valori di verità degli enunciati composti propriamente a partire dai valori di verità degli enunciati semplici.
$P \wedge Q$ è una composizione ben formata, mentre $PQ\wedge$, $\wedge\ PQ$ sono esempi di composizioni non ben formate e quindi prive di senso. Da notare che i simboli utilizzati non sono universali, possono esserci convenzioni differenti (ad esempio la negazione può essere indicata con un trattino sopra la lettera della proposizione, la disgiunzione esclusiva con una V sovrastata da un puntino, l'equivalenza dal segno =)
Partendo da enunciati semplici e connettivi è possibile formulare enunciati composti. Finché vengono presi in considerazione, come nell'esempio di cui sopra, esclusivamente enunciati e connettivi si rimane nel campo della **logica deduttiva enunciativa**; quando si utilizzano come categoremi anche predicati e termini individuali e si utilizzano come sincategoremi i quantificatori (tutti, alcuni…) si passa nel campo della **logica predicativa**.
Le **tautologie** sono asserzioni vere per qualsiasi valore di verità dei loro enunciati. Naturalmente ciò non dice nulla sul contenuto di verità delle asserzioni semplici composte in una tautologia; ci dice solo che data la struttura della tautologia essa risulta sempre vera, indipendentemente dalla verità degli enunciati semplici.
Osserviamo alcune di esse perché più avanti ci ritorneremo sopra:

Principio (o legge) di identità:
$P \leftrightarrow P$
Un gatto è un gatto.

Principio (o legge) di non contraddizione:
$\neg(P \wedge \neg P)$
Non era sia un gatto che un non-gatto.

Principio (o legge) del terzo escluso:
$P \vee \neg P$
O era un gatto o non era un gatto (era un non-gatto).

Utilizzo classico della logica è nella derivazione di conclusioni da premesse date; in logica formale ci si serve a questo proposito di **regole di inferenza**. Alcuni esempi di regole di inferenza:

Legge di separazione, o **modus ponens,** o **ragionamento diretto**:
$[(P \rightarrow Q) \wedge P] \rightarrow Q$

Che in linguaggio naturale può essere così espresso: sia dato "se P allora Q" e "P"; quindi Q.
Esempio: se *bevo*, allora *mi disseto*. *Bevo*; quindi *mi disseto*.
Le deduzioni sono ragionamenti basati sul modus ponens.

P	Q	$[(P \rightarrow Q) \wedge P] \rightarrow Q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	V

Tabella 8 - Tavola di verità del modus ponens

Il modus ponens è sempre vero per qualsiasi valore di verità di P e Q (quindi le proposizioni ottenute utilizzandolo sono tautologie).

Proposizione P: "io ho fame". Proposizione Q: "io mangio". Immaginando essere P e Q vere, componendo le proposizioni secondo il modus ponens, in linguaggio naturale ottengo l'inferenza "SE io ho fame, ALLORA mangio; ho fame; ALLORA mangio".

Modus tollens

$[(P \rightarrow Q) \wedge \neg Q] \rightarrow \neg P$

Che equivale al seguente concatenamento in linguaggio naturale: Dato "se P allora Q"; non Q; allora non P. Anche il modus tollens e' sempre vero per qualsiasi valore di verità di P e Q.

P	Q	$[(P \rightarrow Q) \wedge \neg Q] \rightarrow \neg P$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	V

Tabella 9 - Tavola di verità del modus tollens

Esempio: Se ho bevuto, allora mi sono dissetato. Non mi sono dissetato; quindi non ho bevuto.
Proposizione P: "io ho fame". Proposizione Q:"io mangio". Inferenza: "SE io ho fame ALLORA mangio; NON mangio; QUINDI NON ho fame".

Oltre la logica dicotomica

È chiaro che nella logica simbolica un enunciato, semplice o composto, può assumere esclusivamente uno dei due valori di verità: vero o falso, V o F, uno o zero.
Dato che, come detto prima, è la stessa cosa esprimersi in logica o in teoria degli insiemi, possiamo anche affermare che un enunciato può appartenere o meno all'insieme degli enunciati veri, e di converso a quello degli enunciati falsi, considerando i due insiemi come mutuamente esclusivi. Un enunciato vero appartiene all'insieme degli enunciati veri, un enunciato falso appartiene all'insieme degli enunciati falsi; nessun enunciato può appartenere simultaneamente ad entrambi gli insiemi.

Scriveva Aristotele:

> [...] È impossibile che la stessa cosa insieme inerisca e non inerisca alla medesima cosa e secondo il medesimo rispetto; e si aggiungano tutte le altre determinazioni che si potranno aggiungere per evitare difficoltà di carattere dialettico. [...] nessuno può ritenere che la

medesima cosa sia e non sia, come alcuni credono che dicesse Eraclito.
(Aristotele ed. 1974, pp. 272-273)

Abbiamo visto come nella logica dicotomica si assumono operanti i principi di identità, non contraddizione, terzo escluso.

Principio di identità: A è A. $A \leftrightarrow A$
Principio di non contraddizione: P non è non-P. $\neg(P \wedge \neg P)$ = sempre V
Principio del terzo escluso: A o è B o è non-B, senza terza possibilità. $P \vee \neg P$ = sempre V

Il principio di non contraddizione, caratteristico della logica tradizionale e dicotomica di derivazione aristotelica, già precedentemente accennato da Parmenide, è stato però contestato a più riprese. Ad esempio, Aristotele stesso cita Eraclito, il quale in contrapposizione proprio a Parmenide sottolineava il momento della contraddizione dialettica nel perpetuo divenire dell'esistente.
Aristotele trattò sia della logica formale – con la sua enunciazione del sillogismo – sia di quella dialettica, con l'enunciazione delle dieci categorie. Come mostrato da Hegel, l'importanza del sillogismo sta nel mostrare la connessione dell'universale al particolare (unità degli opposti); tuttavia gli Scolastici fecero del sillogismo aristotelico un uso prevalentemente formalistico, senza una attenzione particolare ai contenuti, utilizzandolo come strumento di disputa teologica, e per lungo tempo non si trattò della parte dialettica del pensiero aristotelico. Durante il Rinascimento la logica sillogistica venne criticata in maniera sempre maggiore, e questo movimento intellettuale culminò nell'opera di Kant ed Hegel. Kant mostrò i limiti e le contraddizioni della logica tradizionale; Hegel elaborò un approccio alla logica dinamico, che includeva movimento e contraddizione.
Affinché le forme della logica non siano prive di significato, queste devono riflettere la realtà oggettiva; il fatto studiato deve essere osservato da ogni punto di vista per poterne scoprire le leggi di movimento. Questa la posizione di Hehel.
Nella sua nota opera "La scienza della logica" Hegel (1812-1816) sostiene la intrinseca contraddittorietà di A. A non contraddice un non-A ad esso estraneo, ma un non-A che determina l'identità di A. In generale, da questa opera si ricava che se la realtà è contraddittoria, allora una adeguata descrizione della realtà dovrà essere in grado di affrontare questa contraddittorietà, contenendo quindi il concetto di contraddizione e proposizioni contraddittorie.
Vale la pena di ricordare l'importanza centrale che la contraddizione ha ad esempio nel materialismo dialettico; anche se in maniera non formalizzata, tanto Hegel quanto Marx ed Engels hanno in varia misura contestato non solo il principio di non contraddizione, ma anche quello di identità e quello del terzo escluso. Ed in effetti la scienza moderna, dalla teoria del caos a quella delle catastrofi alla fisica quantistica, sembra oggi confermare la bontà di molte delle assunzioni fatte da Engels nel suo *La dialettica della natura* (Engels, 1925). Il pensiero dialettico è più vicino ai processi reali che hanno luogo in natura di quanto non lo sia il pensiero logico formale. Quest'ultimo non riesce a rendere conto in maniera soddisfacente di fenomeni dualistici come la natura della luce, non riesce a gestire l'evoluzione dei sistemi dinamici verso il caos, non permette di comprendere la natura essenziale degli oggetti di studio né di avvisarne le leggi di mutamento. La necessità di una visione olistica nelle scienze, portata avanti ad esempio dalla teoria del caos, va invece nel senso della dialettica.

La logica moderna, da Frege in poi, ha adottato un simbolismo particolare; ha separato sintassi da semantica (ma già i greci distinguevano logica e retorica); l'utilizzo di simboli in logica, iniziato da Leibnitz, non ha in realtà consentito di superare i limiti aristotelici, semplicemente ne ha estremizzato le conseguenze. I postulati su cui si regge la logica aristotelica e quella moderna

possono essere considerati al pari dei postulati della geometria euclidea? È possibile una logica non-aristotelica, come è possibile una geometria non-euclidea?

I primi passi per una logica formale non-aristotelica vennero compiuti in chiave di logica multivaloriale.
Bertrand Russell ha contestato il principio del terzo escluso (Russell 1923) basandosi sull'intrinseca vaghezza di ogni simbolo e di ogni termine linguistico.
Łukasievicz ha elaborato una logica trivalente, nella quale ai valori di verità tradizionali – vero e falso – si aggiunge un valore di incertezza. Ma l'attacco a mio avviso più poderoso alla logica tradizionale proviene da Lofti Zadeh, creatore della teoria degli insiemi fuzzy e della connessa logica fuzzy.

Logica fuzzy

Nella logica fuzzy un enunciato non ha più un **valore di verità** di 0 o 1, ma può assumere un **grado di verità** compreso nell'intervallo tra 0 ed 1; ossia, un enunciato può appartenere parzialmente all'insieme degli enunciati veri e parzialmente all'insieme degli enunciati falsi. È come se gli insiemi "enunciati veri" e "enunciati falsi" avessero non già dei confini rigidi, ma dei confini sfumati, confusi, confini appunto *fuzzy*.
Un enunciato come "Tizio è calvo" (per prendere un esempio caro agli amanti del paradosso del *sorite*[1], tra cui lo stesso Bertrand Russell) quindi non è più esclusivamente o vero o falso, non ha più solo o valore di verità 1 (vero) o valore di verità 0 (falso), ma può essere vero con evidenza 0,5 oppure con evidenza 0,7 o con qualsiasi altro valore tra 0 ed 1.

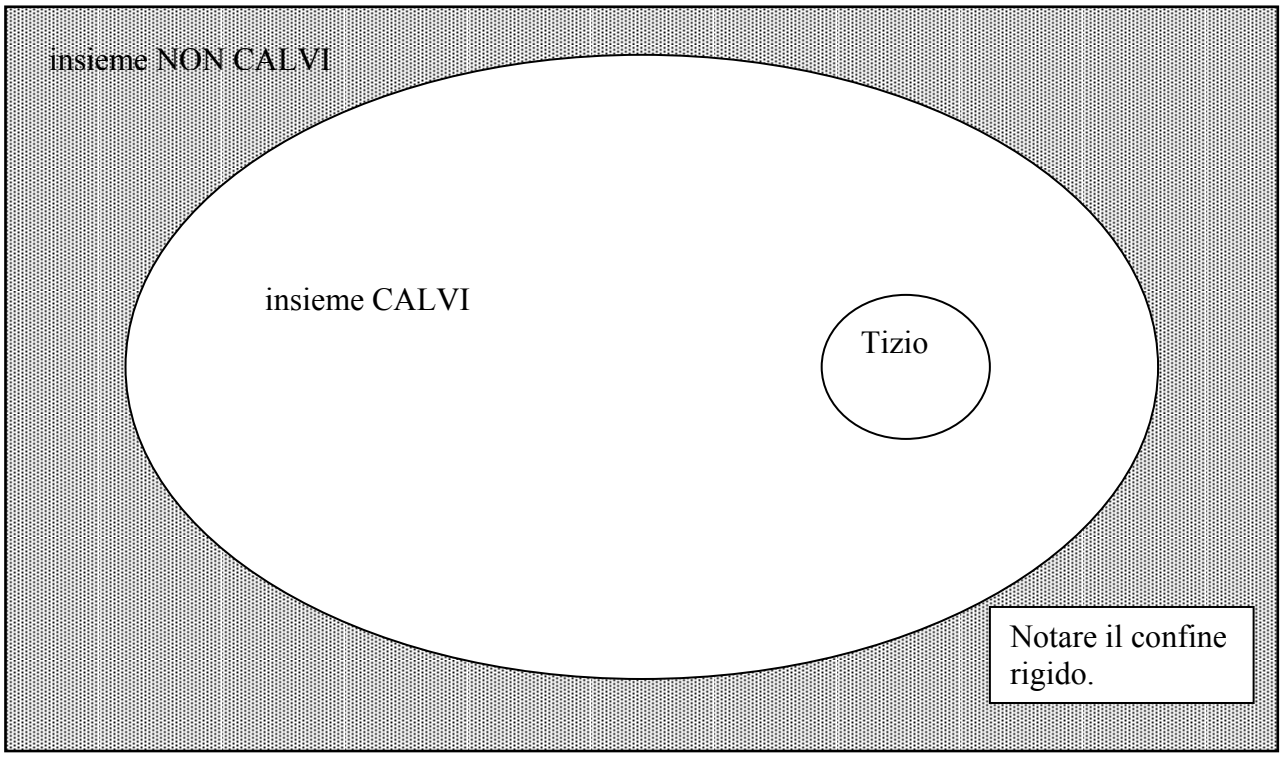

Figura 1: Appartenenza dell'elemento Tizio all'insieme CALVI nella logica tradizionale.

[1] I paradossi del *sorite* (mucchio) mettono in evidenza la non accuratezza dei termini del linguaggio nel descrivere il mondo "reale". Ad esempio, se abbiamo un mucchio di pietruzze e vi sottraiamo una pietruzza alla volta, quando è che il mucchio smette di essere mucchio? O, se strappiamo tutti i capelli ad uno ad uno a una persona, quando è che essa è calva? Certamente non quando viene meno l'ultimo capello, come il mucchio non smette di essere tale solo quando rimane una sola pietra.

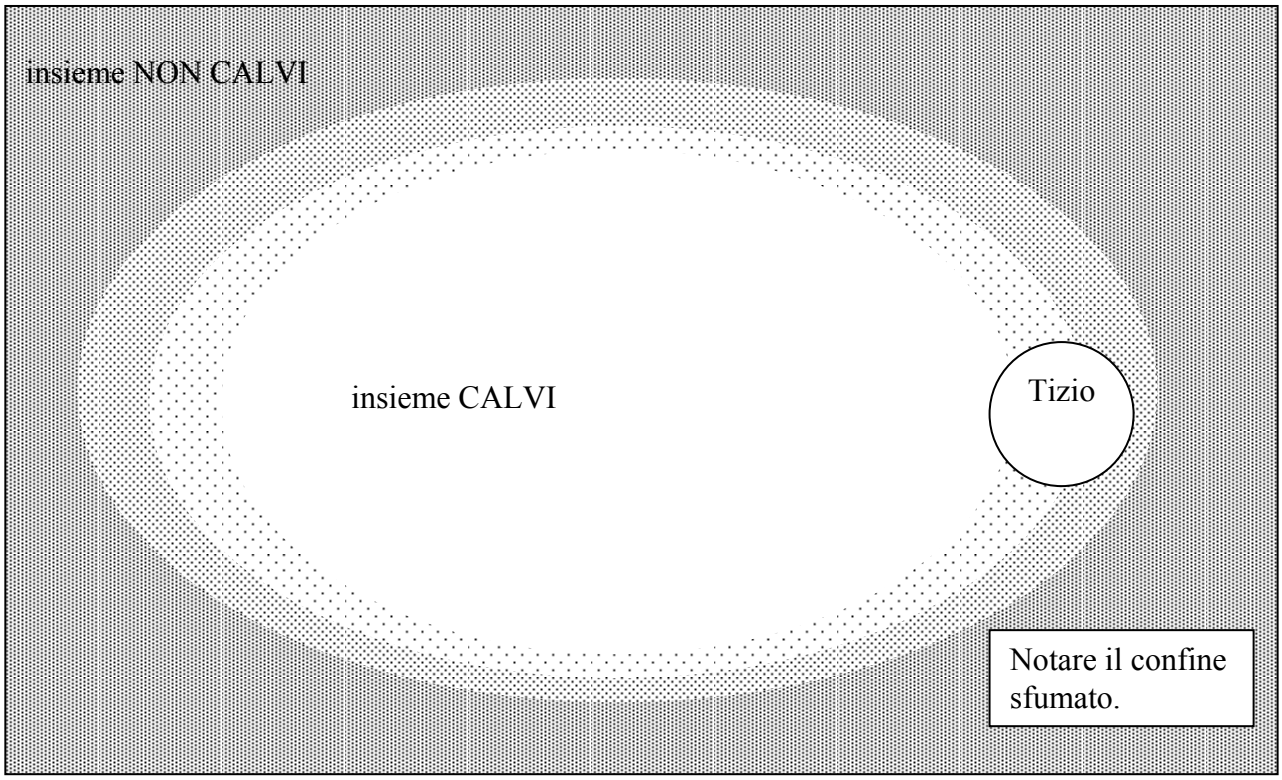

Figura 2: Appartenenza dell'elemento Tizio all'insieme CALVI nella logica fuzzy.

Bisogna mettere bene in evidenza come i gradi di verità della logica fuzzy non abbiano niente a che fare con funzioni di probabilità. Dire che *l'enunciato "Tizio è calvo" è vero con evidenza 0.7* non significa che preso un Tizio a caso questi abbia 0.7 probabilità su 1 (70%) di essere calvo. Se fosse così la logica fuzzy avrebbe ben poco da aggiungere alla teoria del calcolo preposizionale! Dire *l'enunciato "Tizio è calvo" è vero con evidenza 0.7* significa che sulla base della funzione di appartenenza all'insieme dei "calvi", Tizio appartiene con una elevata evidenza (di 0.7) a questo insieme ma appartiene anche, con evidenza inferiore (di 0.3), all'insieme complementare dei "non calvi".
Le **funzioni di appartenenza** sono le funzioni matematiche che descrivono le curve percorse dai valori della grandezza trattata in maniera fuzzy rispetto ai gradi di verità. La funzione di appartenenza consente di attribuire il grado di verità di un enunciato in logica fuzzy, e di attribuire il grado di appartenenza di un elemento ad un insieme nella teoria dei sistemi fuzzy.
Un esempio aiuterà a comprendere in che maniera operino le funzioni di appartenenza. Prendiamo una grandezza come la statura, grandezza di per sé continua ma trattata spesso come discreta. Ad esempio sulle carte d'identità la statura è approssimata al centimetro; quella di una persona alta 1 metro, 75 centimetri e 8 millimetri verrà presumibilmente riportata come 176 cm. Questa è una maniera adeguata di affrontare il problema, in quanto ai fini per i quali la carta d'identità è pensata la perdita d'informazione collegata all'approssimazione è trascurabile.
Mettiamo però il caso di dover dividere una popolazione di un certo numero di individui in tre categorie: alti, normali, bassi, Nel caso in cui si utilizzi una attribuzione classica degli elementi agli insiemi, i tre insiemi che chiamerò ALTI, NORM, BASSI saranno mutuamente esclusivi; ipotizziamo di aver deciso una regola di attribuzione degli elementi così operante:

- Minori o uguali di 170 cm: BASSI
- Tra 170 e 180 cm: NORM
- Uguali o maggiori di 180 cm.: ALTI

Con una categorizzazione così operante, potremmo costruire tre grafici, uno per ciascuno dei tre insiemi:

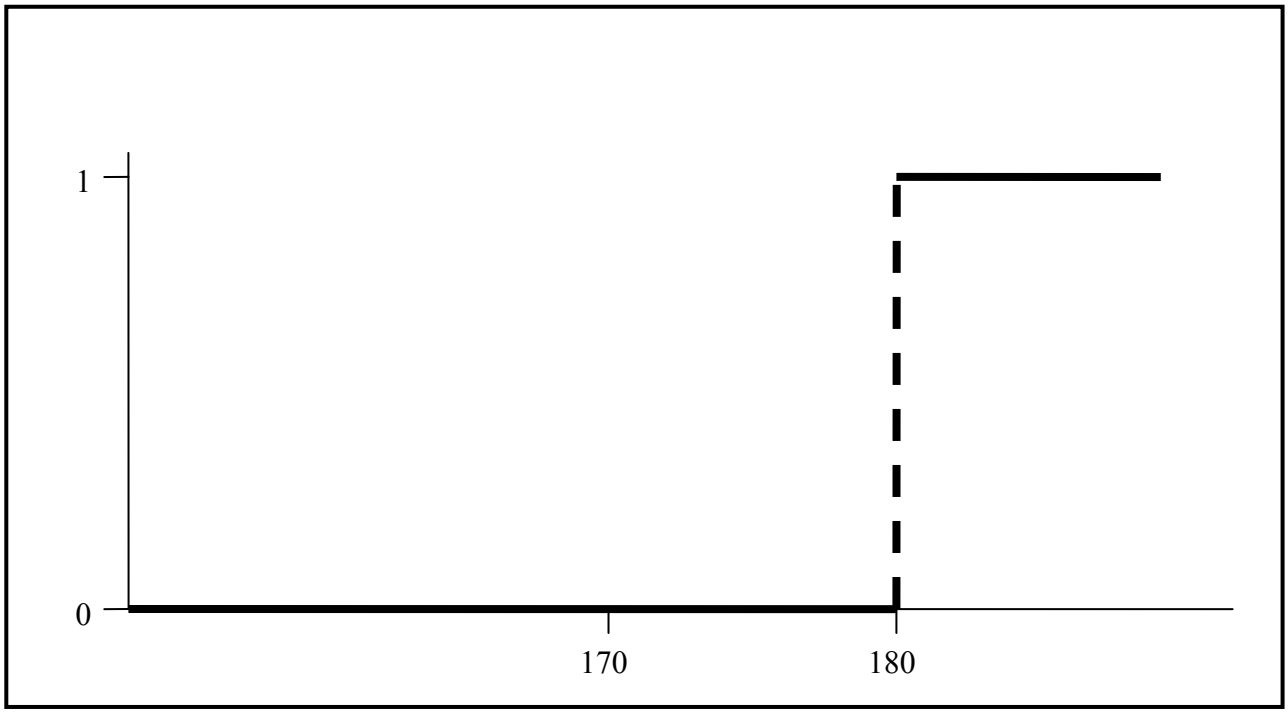

Figura 3: insieme ALTI, logica classica.

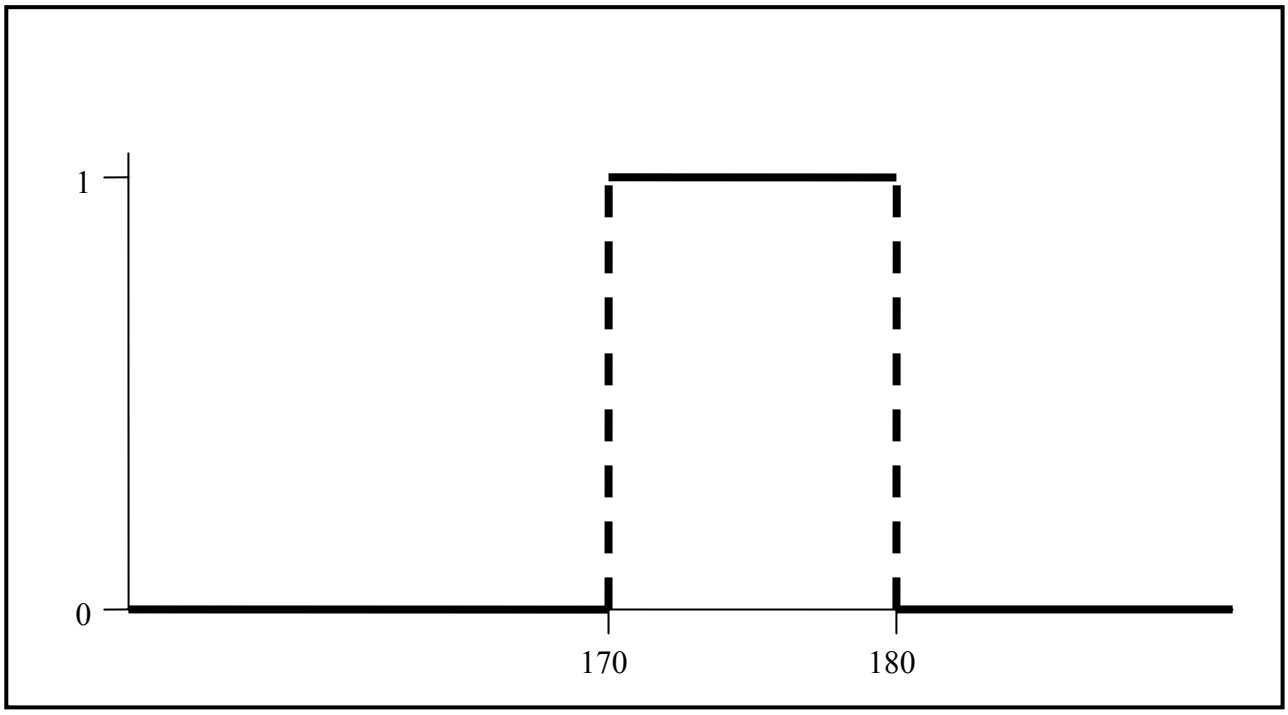

Figura 4: Insieme NORM, logica classica.

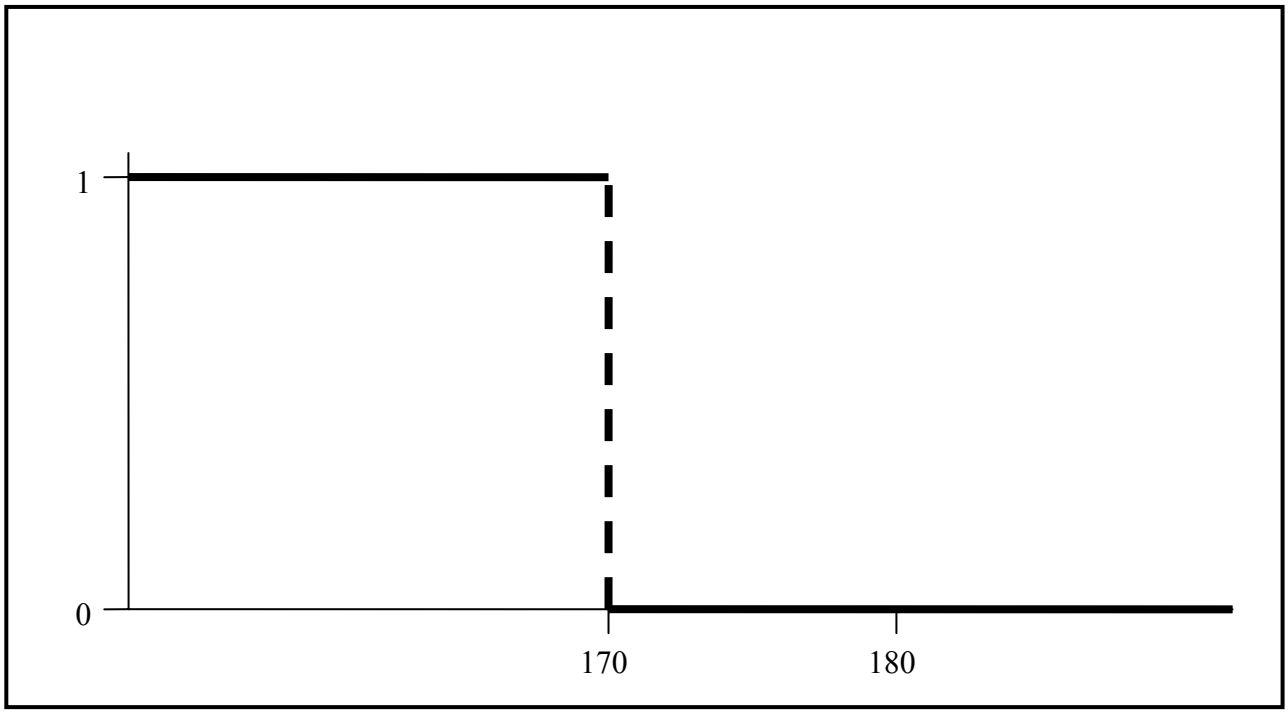

Figura 5: Insieme BASSI, logica classica.

Nei tre diagrammi cartesiani delle figure Figura **3**, Figura **4**Figura 5 vediamo sulle ascisse la statura espressa in centimetri, sulle ordinate il valore di verità – che, trattandosi di logica classica, può essere solo di 1 (vero) o di 0 (falso). Così, per l'insieme ALTI l'appartenenza di un elemento è falsa fino a 180 cm dopodichè diviene immediatamente vera; i diagrammi seguenti si leggono in maniera analoga.
Operando invece con la logica fuzzy, i tre diagrammi avrebbero potuto essere disegnati in questa maniera:

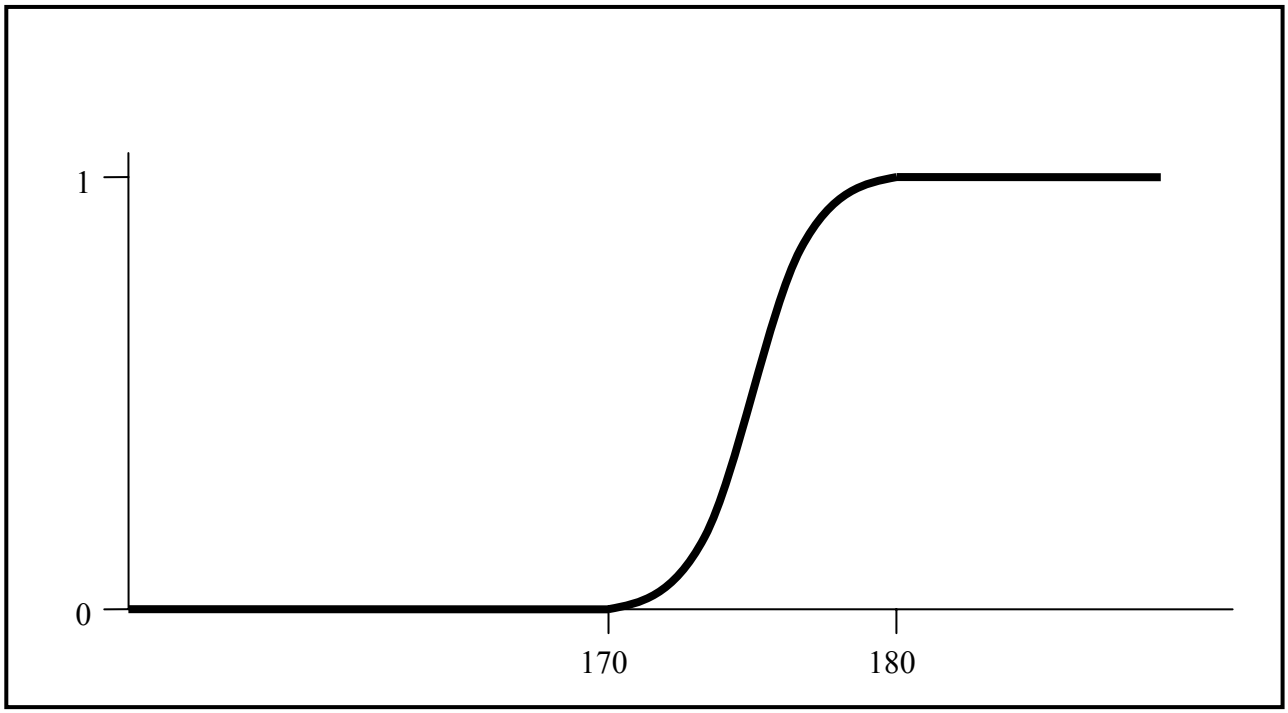

Figura 6: Insieme ALTI, logica fuzzy

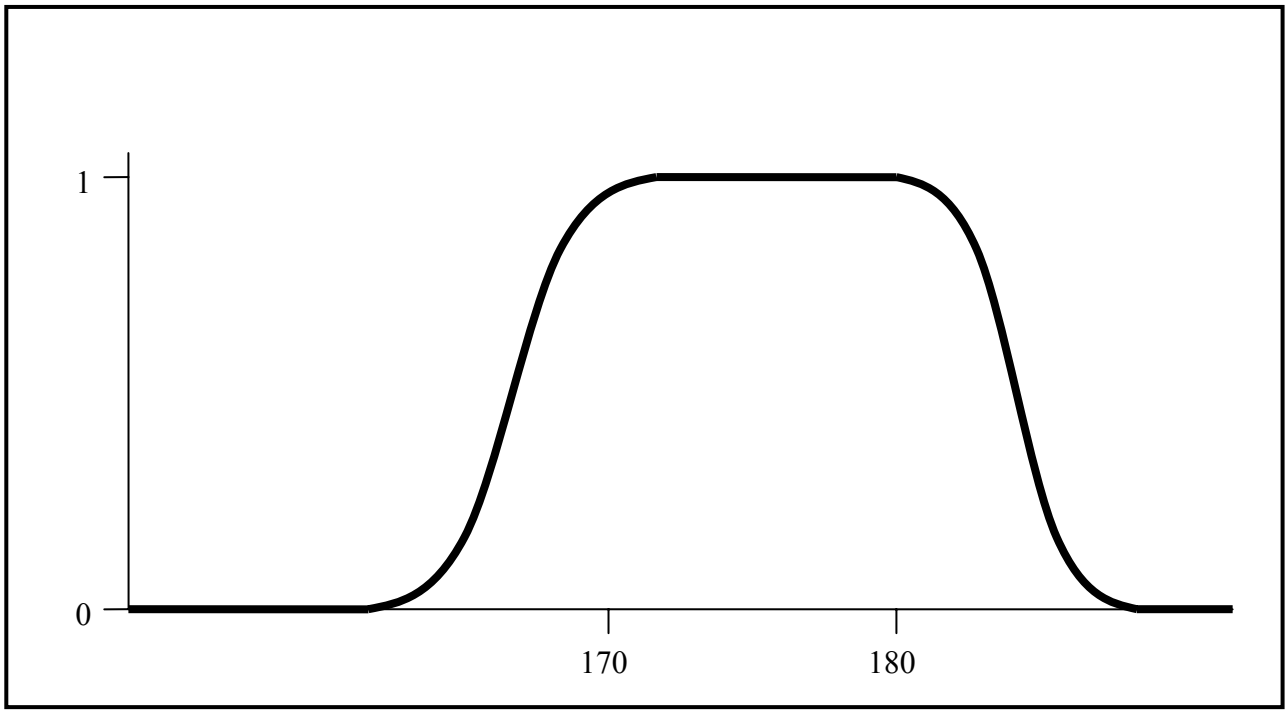

Figura 7: Insieme NORM, logica fuzzy.

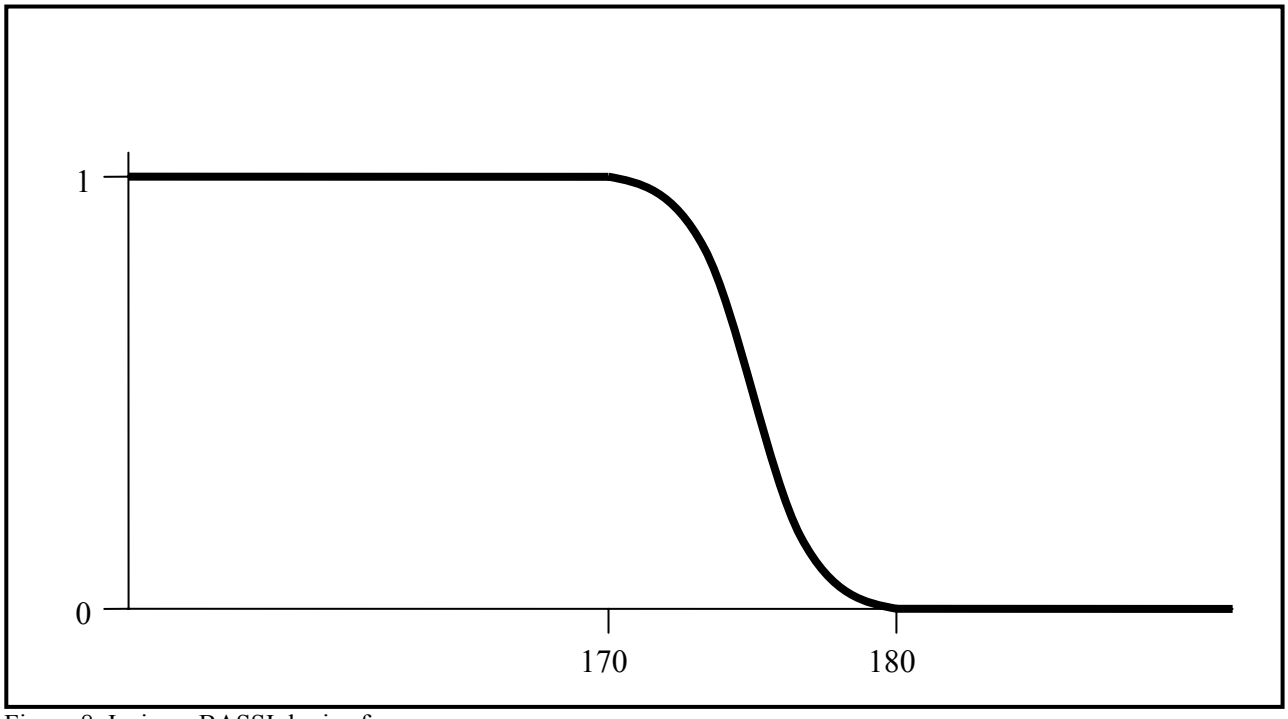

Figura 8: Insieme BASSI, logica fuzzy

Dunque le funzioni di appartenenza, qui rappresentate graficamente ma esprimibili anche sotto forma di vere e proprie funzioni algebriche, mostrano per ogni valore della grandezza in esame il relativo grado di verità.
Prendiamo quindi un enunciato riferito alla grandezza *statura*. Se Tizio è alto 175 cm., l'enunciato "Tizio è basso" avrà in logica ed in teoria degli insiemi classica (e secondo le regole di attribuzione alla categoria BASSO qui decise arbitrariamente) un valore di verità di 0, e quindi sarà senz'altro falso; in logica fuzzy (sempre secondo le regole di attribuzione), il medesimo enunciato avrà un valore di verità di 0.5; sarà quindi vero con evidenza 0.5 e falso con pari evidenza. Ad una statura di

173 cm. secondo la funzione di appartenenza corrisponderà un grado di verità dell'enunciato di 0.7; cioè l'enunciato sarà vero con evidenza 0.9 e falso con evidenza 0.1.

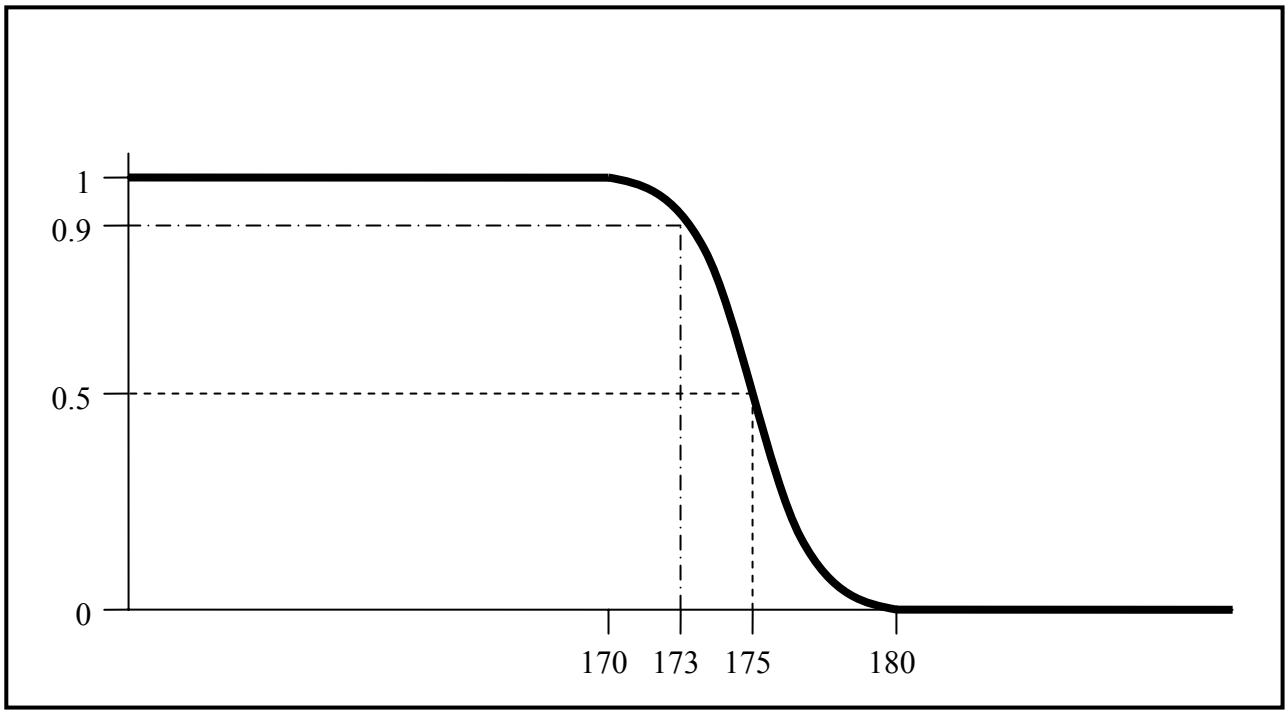

Figura 9: Gradi di appartenenza all'insieme fuzzy BASSI

Possiamo anche sovrapporre le curve che descrivono le funzioni di appartenenza per vedere i gradi di appartenenza di un medesimo elemento a più insiemi fuzzy:

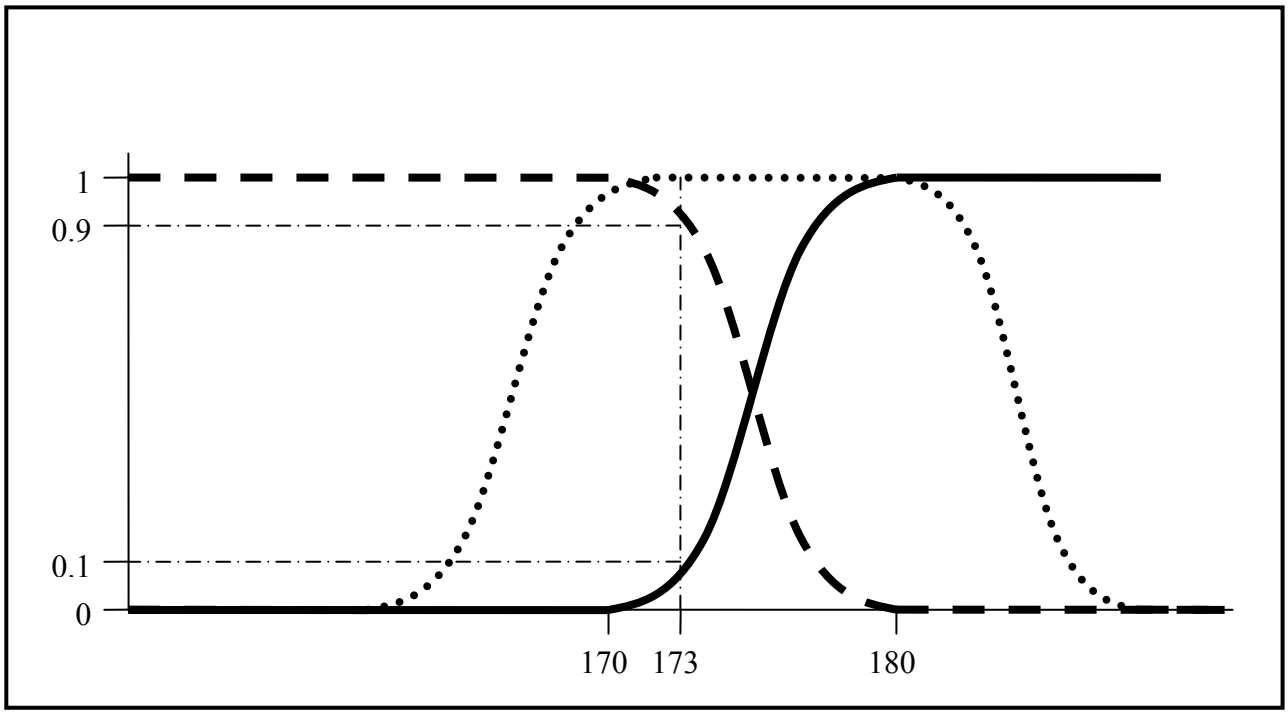

Figura 10: Appartenenza di un elemento a più insiemi fuzzy.

Un individuo alto 173 cm. appartiene all'insieme ALTI con evidenza 0.1; all'insieme NORM con evidenza 1; all'insieme BASSI con evidenza 0.9.

La funzione di appartenenza è quindi una formalizzazione, matematica o geometrica, di un insieme fuzzy e dà la misura del grado col quale ciascun elemento vi appartenga. Osservando la Figura 10 possiamo evidenziare altre caratteristiche di come funzioni un insieme fuzzy: ad esempio, secondo la funzione di appartenenza dell'insieme fuzzy BASSI esistono stature per le quali un elemento appartenga completamente all'insieme (cioè con evidenza 1) e stature per le quali non vi appartenga per niente (con evidenza 0). Avremmo potuto anche disegnare la funzione di appartenenza in modo che non vi fosse alcun elemento che appartenesse con evidenza 1 all'insieme fuzzy[2], o avremmo potuto rendere più o meno ripida la curva rappresentando così una più rapida o più lenta variazione nel grado di appartenenza tra elementi diversi con un diverso valore della grandezza *statura*.
Tornando al confronto tra logica classica e la logica fuzzy, bisogna notare un'altra differenza tra le due, relativa alla maniera nella quale operano i connettivi.
Nella Tabella 3 è stata esposta la tavola di verità del connettivo AND nella logica classica; ma come si fa a operare composizioni tra enunciati in logica fuzzy? In che maniera operano i connettivi in questa logica? Anche la logica fuzzy ha le sue regole di composizione, e quelle della logica tradizionale risultano essere un caso particolare di queste. Nell'esempio del connettivo AND, in logica fuzzy si procede così: il grado di verità di un enunciato composto è uguale al minimo tra i valori di verità degli enunciati che lo compongono. Se un enunciato R è composto da due enunciati, P con grado di verità 0.3 e Q con grado di verità 0.7, il grado di verità di $R=P\wedge Q$ è di 0.3. Se i due enunciati P e Q avessero avuto valori di 0 e 1 il grado di verità di R sarebbe stato 0: il che è compatibile con le tavole di verità della logica tradizionale.
Va sottolineato come non esista una maniera univoca di concepire le regole di composizione in logica fuzzy; per esempio, la regola sopra descritta per il connettivo AND non è universalmente accettata, a differenza di quanto avviene per le tabelle di verità in logica classica. L'importante è che comunque sottoponendo alla regola di composizione le possibili combinazioni di gradi di verità uguali ad uno e zero, si abbiano gli stessi risultati che si avrebbero con le classiche tavole di verità.
A questo punto è evidente che colui che si trova ad operare con la logica fuzzy ha un certo grado di discrezionalità. Nel caso dell'esempio della statura, è stata disegnata una funzione di appartenenza arbitraria, che associava ad ogni statura un grado di appartenenza sulla base delle decisioni di chi ha disegnato la funzione, cioè di chi scrive. Sarebbe stato possibile disegnare quella curva in una pluralità di maniere diverse, il che avrebbe portato ad assegnare diversi gradi di appartenenza dei casi osservati agli insiemi in oggetto. Questa dipendenza della funzione di appartenenza da chi la crea può sembrare bizzarra se confrontata con la rigida "neutralità" dei due gradi di verità della logica tradizionale; tuttavia abbiamo già visto parlando della vaghezza a cosa conduca, in certi frangenti, la logica di derivazione aristotelica. La sua rigidità vuole dire spesso inadeguatezza a trattare del reale. Prendiamo ad esempio la trattazione logica delle categorie semantiche, che svolge parte importante in molti tipi di ricerca sociale (come nella *content analisys).* Come ci insegna Wittgenstein, il linguaggio non è una realtà data una volta per tutte. Non è possibile insegnare un linguaggio mediante definizioni estensive, cosa che sarebbe possibile se il linguaggio fosse una rigida relazione univoca tra oggetti e termini. Il linguaggio si apprende giocando ai giochi linguistici, apprendendo così come il contesto modifichi il senso. Ogni interazione fra soggetti comunicanti comporta una rinegoziazione del linguaggio, che al tempo stesso viene preservato fungendo da *background* che permette la comunicazione ed innovato continuamente nel corso della comunicazione stessa. Pertanto dare all'osservatore la capacità di decidere le funzioni di appartenenza significa consentirgli di sviluppare una formalizzazione di categorie prese dal linguaggio formale, dal linguaggio degli attori sociali.

[2] Nel qual caso l'insieme fuzzy sarebbe stato definibile *subnormale*, contrapposto agli insiemi normali per i quali esiste almeno un elemento possibile con grado di appartenenza uguale a 1. Per una trattazione matematica di queste ed altre caratteristiche degli insiemi fuzzy, che esula dagli scopi della presente opera, vedere oltre a Zadeh 1965a e 1965b anche Pedrycz, 1989.

Ma torniamo alle regole di composizione. Una determinazione comunemente accettata (anticipata nella logica trivaloriale di Łukasievicz) di alcuni connettivi fuzzy è la seguente:

connettivo	Determinazione in logica fuzzy
Negazione	$\neg A = 1 - A$
Congiunzione	$A \wedge B = \min(A,B)$
Disgiunzione semplice	$A \vee B = \max(A,B)$

Tabella 10: alcuni connettivi logici fuzzy

Per quanto riguarda i due valori limite di un enunciato completamente vero o completamente falso, ancora una volta vediamo come la logica fuzzy sia compatibile con quella classica, che anzi può essere considerata una approssimazione della logica fuzzy valida solo per i casi limite di un grado di verità di 0 o 1.
Abbiamo visto in precedenza il principio del terzo escluso, il quale afferma che A e $\neg A$ non possono essere contemporaneamente vere ($A \vee \neg A = 1$). In logica fuzzy, come abbiamo visto, un enunciato può invece essere al contempo vero e falso; ad esempio, possiamo avere il caso in cui A è vero con evidenza 0.2 e $\neg A$ è vero con evidenza 0.8. Dobbiamo quindi concluderne che **il principio del terzo escluso non è valido in logica fuzzy**: $A \vee \neg A = \max(0.2, 0.8) = 0{,}8$.
Analoghe conclusioni per **il principio di non contraddizione**: laddove nella logica dicotomica questo afferma che $A \wedge \neg A=0$ (mentre $\neg(A \wedge \neg A)=1$), in logica fuzzy possiamo avere casi come quello dell' esempio in cui A è vero con evidenza 0.2 e quindi $A \wedge \neg A = \min(0.2, 0.8) = 0.2$ mentre $\neg(A \wedge \neg A) = 1-(\min(0.2, 0.8)=0.8$.

Una interessante caratteristica della logica fuzzy è che essa permette di operare sulla base di **variabili linguistiche.** È cioè possibile nell'universo di riferimento specificare una variabile linguistica fuzzy caratterizzata da un nome, o termine, con regole di attribuzione delle etichette terminologiche dei diversi suoi valori in funzione dei valori della variabile di riferimento.
Tornando all'esempio precedente, è possibile definire una variabile fuzzy **statura** sulla base della variabile di riferimento "altezza", identificando gli stati della variabile **statura** in "basso", "normale" "alto" con le relative funzioni di appartenenza. È a questo punto possibile operare con dei modificatori linguistici – "molto", "poco", "abbastanza", che spostino le funzioni di appartenenza sulla base di regole prefissate. Modificatori linguistici fuzzy possono essere anche applicati ai predicati logici; per come vengono solitamente determinati, i modificatori fuzzy lasciano invariate le appartenenze 0 ed 1, e si distinguono in **modificatori forti** se riducono il valore di verità della proposizione, e **modificatori deboli** se aumentano il valore di verità della proposizione.

La mia opinione è che la logica fuzzy possa effettivamente dare le basi per una formalizzazione della logica dialettica: infatti la logica fuzzy si basa proprio sul fatto che i principi di identità e non-contraddizione divengono casi particolari di un panorama più ampio, in grado di trattare anche la non-identità e la contraddizione. A può essere sia A che *non A*, con differenti gradi di verità. Quello che è importante è non limitarsi al nominalismo: dire che A è sia A che *non A* non significa che io possa indifferentemente attribuire ad A un termine ed il suo opposto; significa che il caso concreto in cui A si presenta partecipa tanto della natura fattuale di A, tanto della natura fattuale di *non-A* (della quale ci si serve in sede di definizione di cosa sia A).
Il punto importante da sottolineare qui è che, se si parte (come faccio io) da una prospettiva strutturalista e sistemica, il fatto che la definizione delle funzioni di appartenenza sia lasciata all'arbitrio dell'osservatore smette di essere problematico per divenire semmai un punto di forza. In effetti secondo una concezione abbastanza diffusa tra gli autori che si sono occupati di teoria dei sistemi, l'atto di definizione di un sistema (e quindi della sue variabili strutturali) è un atto compiuto da un insopprimibile osservatore, che opera una separazione tra struttura e ambiente secondo una

scala di rilevanze personale – allora lo stesso osservatore è legittimato anche a enunciare delle funzioni di appartenenza. Questo può portare ad un eccessivo relativismo che rischia di sfociare a mio avviso nell'irrazionalismo del postmoderno, nel parificare tutti i punti di vista possibili si riduce in pratica il problema della verità al problema della legittimità. Il rischio di cadere in quella sorta di "notte in cui tutte le vacche sono grigie" viene evitato se l'osservatore sociale, il costruttore delle funzioni di appartenenza, è consapevole della natura relativa ma interosoggettiva delle funzioni che costruisce; egli deve tenere ben presente la distanza tra costrutto teorico e realtà fattuale, e tendere all'avvicinamento dei due.
In questi anni la logica fuzzy si è dimostrata non solo un affascinante campo di indagine teorica, ma una fonte di avanzati sviluppi ingegneristici. Infatti oggi esistono molti tipi di sistemi esperti di regolazione fuzzy, che rispetto a quelli cibernetici classici presentano il vantaggio di essere più semplici, contando meno regole e meno nodi, ed inoltre possono regolare i sistemi in maniera approssimata ma molto vicina a come farebbe un operatore umano; possiamo dire che la logica fuzzy ha consentito di fare un passo ulteriore sulla lunga ed incompiuta strada verso le intelligenze artificiali. Oggi esistono lavatrici con sistemi e processori fuzzy che calcolano il tipo di lavaggio e la quantità di detersivo e di acqua da utilizzare in base al peso del bucato; esistono forni industriali[3] con sistemi di regolazione fuzzy che calcolano il tempo di cottura ottimale tenendo conto di una grande quantità di parametri ciascuno dei quali deve oscillare entro una fascia ottimale; esistono macchine fotografiche automatiche dotate di sistemi di regolazione fuzzy per calcolare tempi di esposizione e messa a fuoco. Secondo Kosko, in Cina già nel 1989 la logica fuzzy era applicata a "obiettivi produttivi e militari, tra i quali il controllo dello spessore ottimale di un foglio di plastica per l'imballaggio di merci industriali e la semplificazione del sistema di navigazione e guida nelle carlinghe dei caccia." (Kosko 1993, p.95). Ma quali possono essere le applicazioni della logica fuzzy alla sociologia in particolare, e alla ricerca sociale in particolare?

Fuzzy e ricerca sociale

Nell'ambito particolare delle scienze sociali, possiamo individuare alcune aree principali di applicazione della logica fuzzy: la prima riguarda l'utilizzo di strumenti di analisi dei dati basati su questo tipo di logica. La seconda area di applicazione si ha con l'utilizzo della logica fuzzy nella modellizzazione del disegno di ricerca stesso, secondo una prospettiva più radicalmente influenzata da quello che possiamo chiamare il paradigma della complessità.

La logica fuzzy ha trovato una importante applicazione nella costruzione di algoritmi di clustering.
Per clustering si intende una operazione che, dato un insieme di elementi, costruisce raggruppamenti basati sul duplice principio della massima omogeneità interna al gruppo (o cluster) e della massima differenza tra gruppi – ovviamente, omogeneità e differenza sono valutate sulla base di dimensioni scelte dal ricercatore.
Iniziamo dagli strumenti di analisi dei dati basati sulla logica fuzzy.
L'algoritmo di clustering Fuzzy C-Means (FCM), è un importante strumento che ha trovato impieghi anche nell'analisi di dati in ricerche sociali.
Nascimento, Mirkin e Moura-Pires (1999) hanno sviluppato un algoritmo alternativo all'FCM, il Fuzzy Clustering Proportional membership Model (FCPM): questo nuovo strumento realizza una suddivisione nella quale i prototipi dei cluster hanno attribuzioni estreme (al posto dei comportamenti mediani dei prototipi nell'FCM).
Questo, nella visione degli autori, rende il clustering basato su FCPM un metodo formale impiegabile nelle procedure comparative idealtipiche (Nascimento, Mirkin e Moura-Pires 2001): è chiaro che essi intendono l'idealtipo nella medesima accezione di Bailey, ossia un caso che

[3] Come quelli usati nella produzione dei noti snack "Mars".

manifesti tutte le proprietà rilevanti nel massimo grado; parallelamente, seguendo questa impostazione possiamo considerare il prototipo del cluster ottenuto con FCM come un tipo costruito, o "constructed type", sempre nel senso di Bailey (1994): ossia una forma comune, centrale, empirica. La trattazione matematica di questo algoritmo esula dai nostri scopi odierni, ma chi fosse interessato a metodi avanzati di clustering può senz'altro approfondire in questa direzione.

Per quanto sofisticati, gli algoritmi di clustering si applicano in una fase ben precisa del disegno di ricerca, l'analisi dei dati, e nulla dicono sulla qualità dei dati alla cui analisi vengono applicati. Una partizione che emerga da un algoritmo di fuzzy clustering va vista per quello che è: la messa in evidenza di gruppi omogenei di dati quantitativi. Le categorie ottenute mediante tecniche di clustering hanno significato allo stesso livello ontologico dei dati di partenza, e cioè come costrutti concettuali dell'osservatore; è possibile inferire l'esistenza di strutture corrispondenti a livello del mondo sociale, o dei costrutti degli attori sociali, solo se si ha certezza assoluta dell'adeguatezza e della rilevanza delle loro qualità misurate rispetto alla proprietà sotto esame. Gli algoritmi di fuzzy-clustering possono essere applicati (anzi, nella maggior parte dei casi è proprio capita proprio questo) a dati relativi a variabili di per sé *crisp*, che non sono neanche il risultato di variabili defuzzificate. Da questo punto di vista possono rappresentare un raffinamento di disegni di ricerca tradizionali; ma il loro utilizzo non è di per sé segno che la ricerca sociale sia stata condotta secondo un approccio intrinsecamente fuzzy.

Un'altra strada per applicare la logica fuzzy nella ricerca sociale è stata percorsa con l'opera *Fuzzy-Set Social Science* (Scienza sociali a insiemi fuzzy) di Charles Ragin (2000). Ragin, che aveva in passato tracciato le linee generali di una metodologia comparativa in chiave di logica formale (in Ragin 1999), intende servirsi della logica fuzzy per costruire un ponte tra ricerche quantitativamente e qualitativamente orientate. Gli insiemi fuzzy vengono da Ragin utilizzati per la formalizzazione di relazioni di causazione complessa nell'analisi comparativa, spesso condotta su N piccoli. In sintesi, le tradizionali variabili dell'analisi comparativa vengono da Ragin trasformate in insiemi fuzzy, per i quali sono stabilite funzioni di appartenenza discrete o continue sulla base del modello di partenza del fenomeno sociale. L'appartenenza agli insiemi fuzzy relativi alle variabili indipendenti viene confrontata con l'appartenenza all'insieme relativo alla variabile dipendente, identificando quali sono le condizioni necessarie e quali le condizioni sufficienti (variabili o combinazioni di variabili). Ragin fa un esempio di questo metodo nel decimo capitolo del libro, laddove applica il suo metodo basato sugli insiemi fuzzy in una analisi secondaria sulle proteste contro il Fondo Monetario Internazionale (Ragin 2000, pp.261-308). Volendo condurre una analisi comparativa avente ad unità d'analisi i singoli paesi ove siano avvenuti eventi di protesta, Ragin afferma la natura fuzzy della categoria "protesta contro il FMI" ed evidenzia le difficoltà di misurazione che emergono dal dover utilizzare i mass media come fonte. Procede definendo un insieme fuzzy, "paesi con importanti manifestazioni contro il FMI"; stabilendo sette distinti livelli di appartenenza; e assegnando ciascun caso ad uno dei sette livelli di appartenenza sulla base di frequenza e gravità delle manifestazioni. Questo insieme funge da variabile dipendente. Nello studio originale su cui basa l'analisi secondaria (Walton e Ragin 1990) veniva tracciata una rete di relazioni causali rilevanti nell'insorgere di manifestazioni anti-FMI; qui le varie condizioni causali precedentemente individuate (urbanizzazione, pressione del FMI, difficoltà economiche, dipendenza dagli investimenti, liberalismo politico, interventismo statale) vengono trasformate in altrettanti insiemi fuzzy, sempre con una attribuzione discreta a sette valori del grado di appartenenza. Questi ulteriori insiemi fuzzy fungono da variabili indipendenti. A questo punto Ragin passa ad analizzare quali delle cause siano identificabili come necessarie (risulteranno esserlo urbanizzazione e pressione del FMI), attraverso dei "test di necessità" (*necessity test*): si selezionano i casi con lo stesso esito (appartenenza all'insieme che funge da variabile dipendente) e si esamina se essi esibiscono le medesime condizioni causali.

Fatto ciò, è possibile identificare le condizioni (o combinazioni di condizioni) sufficienti, (*sufficiency test)* selezionando i casi con le medesime condizioni causali e verificando se esibiscono lo stesso esito.
A questo punto, per ciascun caso-nazione ottiene un grado di appartenenza all'insieme "paesi con importanti manifestazioni contro il FMI", un punteggio di sufficienza e un punteggio di necessità (relativi questi ultimi ai valori combinati rispetto alle variabili identificate come necessarie e sufficienti). Da questo tipo di tabella è possibile verificare la correttezza del modello di partenza, controllare se ci sono delle incongruenze, le quali fanno supporre l'esistenza di cause rilevanti non incluse nel modello dal ricercatore, da approfondire con *case studies* specifici. È altresì possibile, analizzando i punteggi dei casi negativi - ovvero, dei i paesi che pur avendo qualche grado di appartenenza agli insiemi identificati come cause necessarie non hanno avuto manifestazioni contro il FMI – evidenziare la presenza di fattori "soppressivi" lo scatenarsi delle manifestazioni di piazza.
Questo interessante modello è alla base del software fs/QCA (fuzzy set/Qualitative Comparative Analysis), sviluppato da Kriss Drass e dallo stesso Charles Ragin, e che automatizza le procedure descritte in Fuzzy Set Social Science.

Un'altra possibile maniera di applicare la logica fuzzy alla ricerca sociale è il suo utilizzo nella formalizzazione di procedure comparative basate sull'idealtipo weberiano; è una direzione che sto personalmente studiando, e riguardo alla quale non ci sono al momento pubblicazioni di riferimento. Anticipo comunque il punto di partenza di questa riflessione:
Weber introduce il concetto di tipo ideale nel 1904, nell'editoriale del periodico *Archiv fur Sozialwissenschaft und Sozialpolitik*:

> Esso [il tipo ideale] è ottenuto mediante l'accentuazione unilaterale di uno o di alcuni punti di vista, e mediante la connessione di una quantità di fenomeni particolari diffusi e discreti, esistenti qui in maggiore e là in minore misura, e talvolta anche assenti, corrispondenti a quei punti di vista unilateralmente posti in luce, in un quadro concettuale in sé unitario. Nella sua purezza concettuale questo quadro non può mai essere rintracciato empiricamente nella realtà; esso è un'utopia, e al lavoro storico si presenta il compito di constatare in ogni caso singolo la maggiore o minore distanza della realtà da quel quadro ideale.
> (Weber 1922a, p.108)

Torna ad esporre il concetto nell'introduzione a *Wirtschaft und Gesellschaft*, pubblicato postumo (Weber 1922b).
L'elaborazione di questo vero e proprio strumento euristico va inserita nel contesto della riflessione metodologica weberiana, volta a definire lo status delle scienze storico-sociali, e come parte del più ampio dibattito del periodo sul metodo delle scienze umane. Weber opera una sintesi di positivismo e storicismo. Da una parte rigetta il tentativo di fondare la sociologia come disciplina nomotetica, proprio del positivismo; rigetta le fondazioni psicologistiche e l'individualizzazione spinta del fatto storico, proprie dello storicismo. D'altro canto, del positivismo accetta la concezione della sociologia come scienza basata sulla verificabilità empirica e dello storicismo conserva la tensione all'interpretazione, alla *Verstehen*.

Capecchi (1966) distingue tre differenti modalità di utilizzo da parte di Weber del termine idealtipo, da lui così definiti:

- idealtipo storico non astratto
- idealtipo generalizzabile non astratto
- idealtipo astratto

Anche Raymond Aron dimostra come Weber utilizzi il termine idealtipo in almeno tre sensi distinti, corrispondenti a tre diversi livelli di astrazione (Aron 1967)[4]:

- idealtipi di individualità storiche
- elementi astratti della realtà storica
- ricostruzioni razionalizzanti di comportamenti che hanno un carattere particolare.

La prima specie di idealtipo corrisponde all'utilizzo da parte di Weber di termini come "etica protestante", "capitalismo moderno", ovvero astrazioni concettuali di fenomeni storici e culturali determinati.
La seconda specie di idealtipo riguarda elementi astratti della realtà sociale non ascrivibili ad uno specifico contesto storico-culturale: in questo senso, il suo utilizzo di concetti come "burocrazia", "feudalesimo".
La terza accezione di idealtipo riguarda fenomeni come i comportamenti razionali dell'individuo che vanno a comporre una teoria economica.
Di questi tre differenti sensi, quello di maggiore rilevanza ai fini dell'elaborazione di metodi di ricerca sociale è senz'altro il secondo, quello cioè che Capecchi definisce *idealtipo generalizzabile non astratto*. Bailey (1994) lo considera un mezzo prezioso per affrontare classificazioni quantitative sulla base della distanza dei casi empirici dal tipo ideale, in un'ottica quindi di procedure comparative formalizzate.
Bailey considera l'idealtipo come una sorta di 'campione perfetto', che possegga tutte le caratteristiche o dimensioni rilevanti del tipo e che esibisca estrema chiarezza su tutte le caratteristiche; porta un esempio tratto dalla numismatica (se non altro, l'esempio è etimologicamente appropriato, considerando l' origine del termine *tipo* nel senso di conio!): individuate le dimensioni rilevanti al fine della classificazione del livello di usura delle monete, l'idealtipo di una data moneta è quello – anche non esistente nella realtà - che presenta livello ottimo su tutte le dimensioni, e funge pertanto da metro per la valutazione dei casi empirici. Date dieci proprietà binarie, l'idealtipo è il campione che le manifesta tutte e dieci (naturalmente, nell'ipotesi che non vi siano correlazioni inverse tra le proprietà).
Questa concezione del tipo ideale come derivato induttivamente dai casi empirici viene in parte contestata, ad esempio da Kuckartz (1991). Weber stesso ha utilizzato tipologie emergenti dai dati empirici, ricavate anche attraverso l'uso di dati statistici: ad esempio nelle sue ricerche sul campo, condotte a partire del 1890 e nel 1908. I tipi così costruiti sono tuttavia una cosa differente dal tipo ideale: si tratta di tipi empirici, che mancano della caratteristica idealtipica della "struttura omogenea di idee". La differenza tra l'imposizione comparativa di un costrutto idealtipico alla realtà e l'utilizzo sintetico di un tipo empirico indotto dalla realtà è la differenza tra un approccio neo-kantiano e uno fenomenologico. Chiaramente, il costrutto idealtipico, accentuando tratti della realtà, deve avere un aggancio all'empirico: la realtà sulla cui conoscenza si basa la costruzione idealtipica è in certa misura data, quanto meno nelle sue componenti socialmente determinate. La mia idea è che quindi la logica fuzzy possa essere utilizzata per formalizzare le funzioni di appartenenza dei casi concreti a insiemi idealtipici (nel senso dell'*idealtipo generalizzabile non astratto* di Capecchi) sfruttando la possibilità di disegnare funzioni di appartenenza subnormali per rispettare la natura astrattamente perfetta del campione idealtipico, e permettendo così operazioni di misurazione sulla base delle quali condurre in maniera logicamente formalizzata analisi comparative.

[4] vedi anche Coser 1977, p. 224

Bibliografia

Raymond Aron (1967), *Les étapes de la pensée sociologique*, Paris, Gallimard.
Trad. it. 1989, *Le tappe del pensiero sociologico*, Milano, Mondadori.

Aristotele (cit. da ed. it. 1974), *Metafisica,* a cura di C. A. Viano, Torino, U.T.E.T.

Lewis Alfred Coser (1977*), Masters of Sociological Thought*, New York, Waveland.

Gregory Bateson (1972), *Steps to an ecology of the mind,* Chandler.
Trad. it. 1995, *Verso un'ecologia della mente*, Milano, Adelphi.

Kenneth D. Bailey (1994), *Typologies and taxonomies: An Introduction to Classification Techniques,* Thousand Oaks, Sage.

Alessandro Bruschi (1993), *La metodologia povera*, Roma, NIS.

Vittorio Capecchi (1966), *Typologies in Relation to Mathematical Models*, in«Ikon», n. 58 (luglio-settembre), supplemento, pp.1-62.

Friedrich Engels (1925, postuma), *Dialektik der Natur,*
Trad. it. 1971, *Dialettica della natura,* Roma, Editori Riuniti.

Mino Garzia, Mariarosa Ravelli (1985), *Sociologica – Introduzione logico-matematica alla sociologia*, Milano, Franco Angeli.

Georg Wilhelm Friedrich Hegel (1812-1816), *Wissenschaft der Logik*.
Trad. It. *La scienza della logica,*

Bart Kosko (1993), *Fuzzy Thinking: The new Science of Fuzzy Logic,* Hyperion.
Cit. dalla trad. it. 1997, *Il fuzzy-pensiero*, Milano, Baldini&Castoldi.

Udo Kuckartz (1991), *Ideal Types or Empirical Types: the Case of Max Webers Empirical Research*, in «Bulletin de Methodologie Sociologique», N. 31, September 1991, pp. 44-53.

Nascimento, S. Mirkin, B. e Moura-Pires, F., (1999), *Multiple Prototypes Model for Fuzzy Clustering*, in «Advances in Intelligent Data Analysis. Third International Symposium», (IDA'99), Kok, J., Hand, D. e Berthold, M. (a cura di), «Lecture Notes in Computer Science», N. 1642, Springer-Verlag, pp. 269-279.
– (2001), *Proportional Membership in Fuzzy Clustering as Model of Ideal Types*, Pavel Brazdil e Alípio Jorge (a cura di), «Progress in Artificial Intelligence, Knowledge Extraction, Multi-agent Systems, Logic Programming and Constraint Solving, 10th Portuguese Conference on Artificial Intelligence, EPPIA 2001», Porto, Springer, Dicembre 2001, pp. 51-62.

Witold Pedrycz (1989), *Fuzzy Control and Fuzzy Systems*. John Wiley & Sons. 2° ed. 1993.
Taunton, Research Studies Press Ltd.

Charles Ragin (1987), *The Comparative Method: Moving Beyond Qualitative and Quantitative Strategies*, Berkeley/Los Angeles/London: University of California Press.
- (2000), *Fuzzy-Set Social Science*, Chicago, Chicago University Press.

Bertrand Russell (1923), *On Vagueness*, in «The Australasian Journal of Psychology and Philosophy», 1, giugno, pp. 84-92.

John Walton e Charles Ragin (1990), *Global and National Sources of Political Protest: Third World Responses to the Debt Crisis,* in «American Sociological Review», Vol. 55, dicembre, pp.876-890.

Max Weber (1922a), *Gesammelte Aufsätze zur Wissenschaftslehre*, Tübingen, Mohr.
Trad. it 1958, *Il metodo delle scienze storico-sociali (scritti degli anni 1904-1917),* Pietro Rossi (a cura di), Torino, Einaudi.

- (1922b)*, Wirtschaft und Gesellschaft*. G*undriß der verstehenden Soziologie,* Tübingen, Mohr.
Trad. it. 1968, *Economia e società*, 2 voll., Milano, Comunità, 1968.

Lofti A. Zadeh (1965a), *Fuzzy Sets*, in «Inf. & Contr.»*,* 8, pp. 338-353.

- (1965b), *Fuzzy sets and systems*, in «Proc. Symp. Syst. Theory»*,* New York, Politech. Inst. Brooklin, pp. 29-37.

Sitografia

http://www.u.arizona.edu/%7Ecragin/fsQCA/software.shtml
da questa pagina è possible scaricare il software fs/QCA di Charles Ragin e Kriss Drass.

L'opera viene rilasciata sotto la licenza Creative Commons Attribuzione - Non commerciale - Non opere derivate 2.5